EM-HMM 多频率线跟踪算法

谢贤亚[1] ,王家鼎[1] ,李焕润[2]
(1. 上海大学自动化系,上海 200072 ;2. 上海大学计算机系,上海 200072)

摘　要: 基于隐马尔可夫模型的多频率线跟踪算法,能在很低的 SNR 环境下工作,但量化误差较大,和计算量大. 本文提出另一种选择量测向量和计算量测概率的方法,创造条件减小量化误差. 又经简单论证,将 EM 算法和 HMM 用于多频率线跟踪,严格地(而不是启发式地)得到 EM-HMM 算法,可以极大地减少计算量. 本文又提出获得初始估计以启动 EM-HMM 算法的二种方法. 仿真计算表明,所提的算法是有效的.

关键词: 多频率线跟踪; 隐马尔可夫模型; 量测概率; EM-HMM 算法
中图分类号: TN911.7　**文献标识码**: A　**文章编号**: 0372-2112 (2002) 01-0022-05

EM-HMM Multiple Frequency Line Tracking Algorithm

XIE Xian-ya[1] ,WANG Jia-ding[1] ,LI Huan-run[2]
(1. *Dept. of Automation, Shanghai University, Shanghai* 200072, *China*;
2. *Dept. of Computer Science, Shanghai University, Shanghai* 200072, *China*)

Abstract: The HMM based multiple frequency line tracking algorithms of work well under very low SNR, except for a high complexity of computation and for generally unnegligible quantization error. In this paper a new choice of measurement vector and the corresponding computation of measurement probability are presented to reduce the quantization error. And to reduce the computation burden, the idea of the EM algorithm is applied to the multiple frequency line case and the EM-HMM tracking algorithm is naturally developed. Finally, two methods for initializing the EM-HMM algorithm are presented. Simulations show that all these are effective.

Key words: multiple frequency line tracking; hidden Markov model; measurement probability; EM-HMM algorithm

1　引言

受强烈噪声污染的缓慢时变频率线的估计和跟踪,近年来受到国际信息界的关注[1～5]. 此问题也是固定频率估计问题的自然拓广. 固定频率估计的一个实用方法,是二步算法[6]. 假设噪声为正态分布,先将测量数据进行 FFT. 由谱线幅值最大处,得到频率的近似值(频率粗估计). 然后以非线性最优化方法,在粗估计值的一个邻域内,寻求频率的极大似然估计(频率精估计). 在信噪比(SNR)高于阈值时,这种二步法的均方误差可接近 C-R(Cramer-Rao)下界[6]. 当 SNR 低于阈值时,FFT 谱线幅值最大处未必是真实频率的近似位置,由于似然函数的多峰值性,精估计误差就难保证接近 C-R 下界.

对缓慢时变的频率线跟踪,可以将测量时间适当分段. 在每个时段中,认为频率是常数,而用上述方法估计该时段中的频率的平均值. 但是在 SNR 低于阈值时,需另设法. 文[1～3]提出了基于隐马尔可夫模型(HMM)的频率线跟踪算法. 用马尔可夫模型将各测量时段的频率统计地联系起来. 尽管不同时段的信号频率可能不同,但是其他时段的测量仍然对估计本时段的频率提供帮助. 因此可得到较好的估计. 但是文[1～3]中的方法有三个缺点:(1) 由于在计算量测概率(measurement probability)时,假设马尔可夫模型的每一个状态所对应的细频区(cell)宽度最小为 $2\pi/N$,因此存在一个量化误差,量级大于所给测量条件下的 CR 下界所对应的误差量级($N^{-3/2}$). 所以 HMM 方法的结果相当于前述固定频率估计中的粗估计. 引入 HMM 的作用只是提高了粗估计在真实频率附近的置信概率. 在实践中可能需要进一步提高估计的精度;(2) 文[1～3]在计算量测概率时,假设已知信号的振幅. 在实践中它们也需要进行估计. 在文[7]中,将此问题转化成多次调用 Viterbi 算法,增加了计算量;(3) 在多频率线情况下,计算量随目标数指数性地激增.

本文提出构成量测向量和计算量测概率的新方法,可以减小每个状态所对应的频区宽度到所需程度,以减小量化误差. 而且不必已知各信号的振幅. 但是,在减小状态所对应的频区宽度的同时,状态总数相应增加,跟踪算法的计算量也随之增加. 在多频率线情况下更是严重. 本文受文[8,9]的启发,将 EM(Expectation-Maximization) 算法思想用于多频率线跟踪. 并论证指出将此思想和 HMM 用于解跟踪问题的极大验后估

收稿日期:2000-07-22;修回日期:2001-02-15
基金项目:国家自然科学基金(No.69672016)

计,将严格地得出 EM-HMM 算法. 此算法将 m 条频率线的跟踪算法分解为 m 个单频率线跟踪,大大减少计算量,而且这些单频率线跟踪可以并行计算.

在本文所给噪声分布条件下,EM-HMM 算法是收敛的. 但不能保证收敛到总体极值点. 因此,初始估计很重要. 本文提出二个获得初始估计的方法,仿真结果指出本文所提算法是有效的.

2　基于 HMM 的频率线跟踪算法,一种新的计算量测概率的方法

隐马尔可夫序列是具有有限个状态的马尔可夫序列. 但是其状态序列不能直接观测,只能通过某个观测序列来估计. 当模型参数已给定,及给定了观测序列,则隐马尔可夫模型的状态序列的实现的极大验后估计,可用 Viterbi 算法来求得[12].

为了将 HMM 方法用于频率线跟踪,文[1～3]的做法是,首先把可能的频率变化范围分割成 n_s 个小区间. 每个小区间称为一个 cell(暂称为细频区),对应于马尔可夫链的一个状态,顺序编号为 $1,2,\cdots,n_s$. 再定义一个零状态,表示频率线处于系统跟踪范围以外,或根本不存在信号. 把测量数据序列分成 N_T 段(块),第 K 个数据块对应的时间区间为 $((K-1)N, KN)$,简称时段 K. N 为每段数据长度. 假设被估频率在每个时段内是常数. 又假设不同的时段之间,频率的变化符合马尔可夫链特点,可用状态转移概率来表征. 文[1]给出了状态转移概率的计算法,在实践中是可行的. 将每个测量数据块变换成适当的观测(向)量(或称量测向量),从而得到观测序列(或称量测序列).

现在的关键是计算观测概率(或称量测概率). 这和所选定的观测(向)量有关. 文[1～3]给出了一种计算量测概率的方法. 以每块测量数据的 FFT 的某些谱线的模构成量测向量,并假设被估频率为 $2\pi i/N$, i 为 0 到 $N-1$ 间的一个整数,从而得到量测概率的表达式. 这种假设意味着马尔可夫模型的每个状态所对应的 cell 的频宽为 $2\pi/N$. 因此存在较大的量化误差. 下面我们取消以上假设,给出另一种方法,以期减小量化误差.

设在某测量时段 K,测量数据序列可表示为

$$\{z(k;K), k=0,1,\cdots,N-1\} \tag{1}$$

其中(注意 k 和 K 的区别,K 为时段号,k 为 K 时段中的采样序号):

$$z(k;K)=\sum_{p=1}^{m}A_{pK}\exp(\mathrm{j}(\omega_{pK}k+\theta_{pK}))+n(k;K) \tag{2}$$

m 为已知的信号源数,A_{pK},ω_{pK}和 θ_{pK}分别表示第 p 个信号在 K 时段的振幅,频率和初相位. $n(k;K)$ 是在 K 时段的测量噪声. 设$\{n(k;K)\}$为零均值平稳复高斯白噪声序列,其实部和虚部的方差为 σ^2. 令$\{Z(i;K), i=0,1,\cdots,N-1\}$为$\{z(k;K)\}$的 FFT,则

$$Z(i;K)=S_o(i;K)+N_o(i;K) \tag{3}$$

其中

$$S_o(K)=\sum_{p=1}^{m}S_p(i;K) \tag{4}$$

$$\begin{aligned}S_p(i;K)&=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}A_{pK}\exp\left(\mathrm{j}\left(\omega_{pK}-\frac{2\pi i}{N}\right)k+\mathrm{j}\theta\right)\\&=A_{pK}\exp(\mathrm{j}\theta_{pK})W(\Delta\omega_{pK}(i))\exp\left(\mathrm{j}\left(\frac{N-1}{2}\right)\Delta\omega_{pK}(i)\right)\end{aligned} \tag{5}$$

$$W(\Delta\omega_{pK}(i))=\frac{\sin(N\Delta\omega_{pK}(i)/2)}{N\sin(\omega_{pK}(i)/2)} \tag{6}$$

$$\Delta\omega_{pK}(i)=\omega_{pK}-\frac{2\pi i}{N} \tag{7}$$

$$N_o(i;K)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}n(k;K)\exp\left(-\mathrm{j}\frac{2\pi i}{N}k\right) \tag{8}$$

序列$\{Z(i;K)\}$共含有 N 个复数,每个复数 $Z(i;K)$ 对应于一个以 $2\pi i/N$ 为中心、宽度为 $2\pi/N$ 的小频区(bin):

$$\left(\frac{2\pi(i-0.5)}{N},\frac{2\pi(i+0.5)}{N}\right)$$

称 $Z(i;k)$ 为对应于此小频区的谱线(简称为第 i 条谱线)的复振幅. 不难证明,$\{N_o(i,K)\}$是零均值复高斯平稳白噪声序列,其实部和虚部序列也互相独立. 实部和虚部的方差都为 $\sigma_c^2=\sigma^2/N$. 各条谱线的复振幅也互相独立.

设$\{Z(i;K)\}$在系统跟踪范围所覆盖的频带内,共含有 M 根谱线:$Z(i_1;K),\cdots,Z(i_M;K)$. 现在要根据这 M 根谱线提供的信息来估计 m 个信号的频率. 我们只根据 M 根谱线 $(M\geq m)$ 而不是全部谱线. 这是为了减小系统的数据存储负担. 根据文[13],只要 M 选取适当,虽然 $M\ll N$,但对估计精度影响很小,也有利于抗干扰.

令

$$\mathrm{Z}_K=(Z(i_1;K),\cdots,Z(i_M;K))^T$$

$$\mathrm{S}_K=(S_o(i_1;K),\cdots,S_o(i_M;K))^T \tag{9}$$

$$\mathrm{S}_{pK}=(S_p(i_1;K),\cdots,S_p(i_M;K))^T$$

$$\mathrm{N}_{oK}=(N_o(i_1;K),\cdots,N_o(i_M;K))^T$$

$$\mathrm{E}_{pK}(i)=W(\Delta\omega_{pK}(i))\exp(\mathrm{j}((N-1)/2)\Delta\omega_{pK}(i)) \tag{10}$$

$$\mathrm{E}_{pK}=(\mathrm{E}_{pK}(i_1),\cdots,\mathrm{E}_{pK}(i_M))^T \tag{11}$$

$$\mathrm{E}_K=(E_{1K}\cdots\mathrm{E}_{pK}\cdots E_{mK})_{Mxm} \tag{12}$$

定义信号复振幅向量

$$\mathrm{A}_{CK}=(A_{1K}\exp(\mathrm{j}\theta_{1K}),\cdots,A_{mK}\exp(\mathrm{j}\theta_{mK}))^T \tag{13}$$

则

$$\mathrm{S}_{pK}=\mathrm{E}_{pK}A_{PK}\exp(\mathrm{j}\theta_{pK}) \tag{14}$$

$$\mathrm{S}_K=\mathrm{E}_K\mathrm{A}_{CK}$$

$$\mathrm{Z}_K=\mathrm{E}_K\mathrm{A}_{CK}+\mathrm{N}_{oK} \tag{15}$$

根据式(15),由最小二乘拟合原理,A_{CK}的估计应为

$$A_{cK}=(\mathrm{E}_K^H\mathrm{E}_K)^{-1}\mathrm{E}_K^H\mathrm{Z}_K \tag{16}$$

不难得到在给定测量数据 Z_K 下,各信号频率的似然函数

$$\begin{aligned}f(\mathrm{Z}_K|\omega_1,\cdots,\omega_m)&=(2\pi\sigma_c^2)^{-M}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_c^2}(\mathrm{Z}_K-\mathrm{S}_K)^H(\mathrm{Z}_K-\mathrm{S}_K)\right)\\&=(2\pi\sigma_c^2)^{-M}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_c^2}\left(\mathrm{Z}_K^H\mathrm{Z}_K-\mathrm{Z}_K^H\mathrm{E}_K(\mathrm{E}_K^H\mathrm{E}_K)^{-1}\mathrm{E}_K^H\mathrm{Z}_K\right)\right)\end{aligned} \tag{17}$$

所以如果选择 $\mathrm{Z}_K=(Z(i_1;K),\cdots,Z(i_M;K))^T$ 作为 K 时段的观测向量,式(17)就给出了状态为$(\omega_1,\cdots,\omega_m)$的量测概率(密度). 这里并不要求马尔可夫模型每个状态所对应的细频区(cell)正好和测量数据 FFT 的小频区(bin)相重合. 这样就有可能减少量化误差. 我们可以将每个 bin 均分为整数 K_o 个

cell. 每个 cell 对应于一个状态,当信号频率处于某状态,就可由式(17)计算给定 Z_K 下的量测概率. 这里也无须已知信号的 A_{CK}. 但是为了$(E_K^H E_K)$的逆存在,充要条件是 $M \geq m$. 并且在同一 cell 中,不能同时存在二个信号. 否则,二者应视为一个信号,这时 m 相应减一. 当信号不存在,或信号频率远在系统跟踪范围之外,我们定义马尔可夫链处于零状态. 式(17)退化为

$$f(Z_K|0)=(2\pi\sigma_c^2)^{-M}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_c^2}Z_K^H Z_K\right) \tag{18}$$

由于在调用 Viterbi 算法时,引入比例因子不会影响运算结果[12],而

$$(2\pi\sigma_c^2)^{-M}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_c^2}Z_K^H Z_K\right)\neq 0$$

因此可以取为比例因子,所以可以得到量测概率的算式如下:在非零状态 j 时

$$b_j(Z_K)=\exp\left(\frac{1}{2\sigma_c^2}(Z_K^H E_K(E_K^H E_K)^{-1}E_K^H Z_K)\right) \tag{19}$$

当状态为零时

$$b_o(Z_k)=1 \tag{20}$$

其中 E_K 由状态 j 所对应的频率代入式(10)和(12)而算得.

在单频率线情形下,E_K 是 m 维列向量,式(19)无矩阵求逆. 在得到量测向量序列 $O_T=\{Z_K, K=1,\cdots,N_T\}$后,可调用单频率线跟踪的 Viterbi 算法[1]得到频率序列$\{\omega_K\}$的极大验后估计,即

$$\begin{aligned}\{\hat{\omega}_K\}&=\arg\ max\ P_r(\omega_1,\cdots,\omega_{NT}|O_T)\\&=\arg\ max\ (f(O_T|\{\omega_K\})f(\{\omega_K\})\end{aligned} \tag{21}$$

这里 $f(O_T|\{\omega_K\})$是在$\{\omega_K\}$下的 O_T 的条件概率密度,不难得出

$$f(O_T|\{\omega_K\})=\prod_{k=1}^{N_T}(2\pi\sigma_c^2)^{-M}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_c^2}(Z_K-S_K)^H(Z_K-S_K)\right) \tag{22}$$

$f(\{\omega_K\})$是序列$\{\omega_K\}$的概率密度函数.

使用 Viterbi 算法跟踪单频率线,计算量为 $O((n_s+1)^2N_T)$. 如果直接运用 Viterbi 算法跟踪 m 条频率线[2,3],计算量激增至 $O((n_s+1)^{2m}N_T)$. 现在,为了减少量化误差,又引进 $K_o>1$, n_S 进一步加大,使多频率线的跟踪更加困难. 为此需要引用 EM 算法(技术).

3 EM-HMM 多频率跟踪算法

EM(Expectation-Maximization)算法是 Dempster 等提出,用以在给定"不完全"数据下求解极大似然估计问题[10]. Feder 等将 EM 算法用于波到达方向(DOA)和频率估计[8]. 1998 年 Frenkel 和 Feder 以 EM 算法为核心提出多时变参数和多目标跟踪算法的框架[9]. EM 算法的收敛性问题可参见文[10,11].

EM 算法本是用以解决多参数的极大似然估计问题的. 我们将简单论证此思想也可用于解多频率线跟踪的极大验后估计问题,并严格地(而不是启发式地)得到 EM-HMM 多频率线跟踪算法.

在多频率线问题中,定义 K 时段的频率向量

$$\omega_K=(\omega_{1K},\cdots,\omega_{pK},\cdots,\omega_{mK})^T \tag{23}$$

给定量测向量序列

$$O^T=\{Z_K, K=1,2,\cdots N_T\} \tag{24}$$

要寻求频率向量序列的极大后验估计

$$\{\hat{\omega}_K\}=\arg\ max\ P_r(\{\omega_K\}|\{Z_K\})=\arg\ max\ P_A(\{\omega_K\}) \tag{25}$$

这里 $P_A(\{\omega_K\})=f(O^T|\{\omega_K\})f(\{\omega_K\})$ (26)

引用 EM 算法的思路,将$\{Z_K\}$看成是不完全数据的序列. 引入"完全数据"序列$\{X_K, K=1,\cdots,N_T\}$,其中 Mm 维列向量

$$X_K=(x_{1k}^T, x_{2k}^T,\cdots,x_{mk}^T)^T \tag{27}$$

而 M 维列向量 X_{pK}满足

$$X_{pK}=S_{pK}+N_{pK}, p=1,\cdots,m \tag{28}$$

其中零均值高斯复白噪声向量 N_{pK}满足

$$\sum_{p=1}^{m}N_{pK}=N_{oK} \tag{29}$$

又令 $N_{pK}, p=1,\cdots,m$ 互相独立,而且各向量的分量间也互相独立,则由式(29),可知 N_{pK}等的实部和虚部方差阵为

$$var(Re(N_{pK}))=var(I_m(N_{pK}))=\beta_p\sigma_c^2 I \tag{30}$$

而且 $$\sum_{p=1}^{m}\beta_p=1 \text{ 和 } \beta_p\geq 0 \tag{31}$$

所以 $$Z_K=\sum_{p=1}^{m}X_{pK}=HX_K \tag{32}$$

这里不可逆变换矩阵 $$H=[\underbrace{I\quad I\quad\cdots\quad I}_{m个}] \tag{33}$$

I 为 $M\times M$ 单位阵.

这里有二个样本空间 Z 和 X 以及从 X 到 Z 间的不可逆变换 H. 量测序列 $O_T=\{Z_K\}$是 Z 中的实现,而相应的$\{X_K\}$则不能直接观测,只知道 X_K 处于 X 中满足 $Z_K=H(X_K)$的一个子集中.

取条件概率密度

$$\begin{aligned}&f_X(\{X_K\}|\{\omega_K\})\\&=f_{X|Z}(\{X_K\}|\{\omega_K\},\{Z_K\})f_Z(\{Z_K\}|\{\omega_K\})\qquad\forall H(X_K)=Z_K\end{aligned}$$

对上式取对数,在已给定$\{Z_K\}$和在$\{\omega_K\}$取某一给定序列$\{\omega_K'\}$下,对二边取条件期望,再在二边加上 $\log(f(\{\omega_K\}))=\sum_{p=1}^{m}\log f(\{\omega_{pK}\})$

得 $\log f_Z(\{Z_K\}|\{\omega_K\})+\log f(\{\omega_K\})$

$$\begin{aligned}&=E[\log f_X(\{X_K\}|\{\omega_K\})|\{Z_K\},\{\omega_K'\}]+\sum_{p=1}^{m}\log f(\{\omega_{pK}\})\\&-E[\log f_{X|Z}(\{X_K\}|\{\omega_K\},\{Z_K\})|\{Z_K\},\{\omega_K'\}]\end{aligned} \tag{34}$$

上式左边正是 $\log P_A(\{\omega_k\})$,所以

$\log P_A(\{\omega_K\})$

$$=U(\{\omega_K\},\{\omega_K'\})+\sum_{p=1}^{m}\log f(\{\omega_{pK}\})-V(\{\omega_K\},\{\omega_K'\}) \tag{35}$$

这里 $U(\{\omega_K\},\{\omega_K'\})=E[\log f_X(\{X_K\}|\{\omega_K\})|\{Z_K\},\{\omega_K'\}]$

$V(\{\omega_K\},\{\omega_K'\})=E[\log f_{X|Z}(\{X_K\}|\{\omega_K\},\{Z_K\})|\{Z_K\},\{\omega_K'\}]$

根据 Jensen 不等式,对任意的$\{\omega_K\}$都有

$$V(\{\omega_K\},\{\omega'_K\}) \le (V(\{\omega'_K\},\{\omega'_K\}) \tag{36}$$

所以如果某一序列$\{\omega_K\}$,满足

$$U(\{\omega_K\},\{\omega'_K\}) + \sum_{p=1}^{m}\log f(\{\omega_{pK}\})$$

$$> U(\{\omega'_K\},\{\omega'_K\}) + \sum_{p=1}^{m}\log f(\{\omega'_{pK}\}) \tag{37}$$

则 $\log P_A(\{\omega_K\}) > \log P_A(\{\omega'_K\})$

于是可以用以下的迭代算法来求得$\{\omega_K\}$序列的极大验后估计.设第 n 次迭代结果得到$\{\omega_K\}_n$,则第 $n+1$ 次迭代进行以下二步计算

E step 计算 $U(\{\omega_K\},\{\omega_K\}_n)$

M step 求$\{\omega_K\}_{n+1} = \arg\ max(U(\{\omega_K\},\{\omega_K\}_n)$

$$+ \sum_{p=1}^{m}\log f(\{\omega_{pK}\})) \tag{38}$$

如此往复,直至收敛.在 Z_K 和 X_K 为联合高斯分布,且 Z_K 和 X_K 间为线性变换关系时,Feder 等[8]给出了 $U(\cdot,\cdot)$的计算式.在这种情况下,设$\{\omega'_K\} = \{(\omega'_{1K},\cdots,\omega'_{pK},\cdots\omega'_{mK})^T\}$已给定,则在 E Step,有

$$U(\{\omega_K\},\{\omega'_K\})$$

$$= e - \frac{1}{2\sigma_c^2}\sum_{p=1}^{m}\sum_{K=1}^{N_T}(X'_{pK} - S_{pK})^H(X'_{pK} - S_{pK})/\beta_p) \tag{39}$$

这里 e 为和 ω_K 无关的常数.S_{pK}与 ω_K 有关,X'_{pK}的计算如下:

$$X'_{pK} = S'_{pK} + \beta_p(Z_K - \sum_{p=1}^{m}S'_{pK}) \tag{40}$$

将 ω'_{pk}代入式(10)～(16),可求得上式的 S'_{pK}.

在已得出的 X'_{pK}基础上,M step 是求$\{\omega_K\}$使下式极大化

$$\sum_{p=1}^{m}(-\frac{1}{2\sigma_o^2\beta_p}\sum_{K=1}^{N_T}(X'_{pK} - S_{pK})^H(X'_{pK} - S_{pK}) + \log f(\{\omega_{pK}\})) \tag{41}$$

上式指出,在 M step 只需分别求$\{\omega_{pK}\}$,在已给的$\{X'_{pK}\}$下,使

$$-\frac{1}{2\sigma_o^2\beta_p}\sum_{K=1}^{N_T}(X'_{pK} - S_{pK})^H(X'_{pK} - S_{pK}) + \log f(\{\omega_{pK}\})$$

达到极大.与式(21)比较,可见这个求极大化的对象和在量测序列为$\{X'_{pK}\}$时的单频率线问题完全一样,可以分别调用单频率线跟踪算法来完成.因此,在 M Step,各个信号的跟踪可以并行计算.

这样,引用了 E-M 技术和 HMM 方法,多频率线的跟踪自然地变成了 EM-HMM 算法.更确切些,应简写为 E-MHMM(Expectation-Maximization Based on Hidden Markov Model).

4 EM-HMM 跟踪算法的初始估计,仿真结果

采用 EM 技术,每次迭代都保证验后概率渐增.但是不能保证收敛到总体极点,可能只收敛到一个局部极点.因此初始估计极为重要.仿真计算表明,随意给出的初始估计不能保证得到满意的结果.注意,这里的初始估计是估计 m 个频率序列.下面给出二个求初始估计的方法,仿真表明,它们是可行的.现以双频率线跟踪为例说明.

方法 1 (1)首先以$\{Z_K\}$为量测序列,运行一次单频率线跟踪算法,得到单频率估计序列.以此作为信号 1 的初始估计序列$\{\omega_{1k}\}$;

(2)根据$\{Z_K\}$和$\{\omega_{1k}\}$按下述规则,得到新的序列$\{Z'_K\}$:

$$Z'_K = Z_K - bS'_{1K} \tag{42}$$

其中

$$S'_{1K} = Z_K(i_\omega)E'_{1K} \tag{43}$$

将 ω_{1k}代入式(11)得 E'_{1K}.$Z_K(i_\omega)$是 Z_K 的第 i_ω 分量.i_ω 是ω_{1k}所在小频区(bin)号,$0 < b < 1$.对双频率线情形,可取 $b = 0.5$;

(3)以$\{Z'_K\}$作为量测序列,再运行一次单频率线跟踪算法,所得结果,就作为信号 2 的初始估计序列$\{\omega_{2k}\}$.这种方法,实际上就是在文[7]中提出的"二次扫描方法".

方法 2 (1)先以$\{Z_K\}$为量测序列,运行单频率线跟踪算法,得$\{\omega_{1k}\}$.此作为信号 1 的初始估计序列;

(2)对信号 2,取其初始估计序列所对应的状态序列为全 0;方法 2 的基本思路,就是让信号 2 的估计,稍迟一拍.作为补偿,在 E step 中,可以取 $\beta_1 < \beta_2$.

需要指出,跟踪系统输出的频率线轨迹具有混合性质.估计关联(estimates association)问题,需另行解决.可参看文[2,3].

现给出仿真计算结果.信号模型见式(2).其中 $m=2$,$A_{1K}=0.9$,$A_{2K}=1.1$.测量噪声为零均值复高斯平稳白噪声,其实部和虚部的标准差 $\sigma=1.1207$.$N_T=40$,$N=32$.取被跟踪信号频率为

$$\omega_{1K} = 2\pi I_{1K}/N,\ \omega_{2K} = 2\pi I_{2K}/N,\ K = 1,\cdots,N_T$$

其中,$I_{1K} = \overline{I}_{1K} + \varepsilon_{1K}$,$I_{2K} = \overline{I}_{2K} + \varepsilon_{2K}$

$\{\overline{I}_{1K},K=1,\cdots,N_T\} = \{5,5,5,6,6,6,7,7,7,8,8,8,9,9,9,8,8,8,7,7,7,6,6,6,5,5,5,5,5,5,6,6,6,7,7,7,8,8,8,9\}$,和$\{\overline{I}_{1K},K=1,\cdots,N_T\} = \{9,9,9,8,8,8,7,7,7,6,6,6,5,5,5,6,6,6,7,7,7,8,8,8,9,9,9,9,9,9,8,8,8,7,7,7,6,6,6,5\}$都是整数序列.这里,作者以 ε_{1K}和 ε_{2K}表征实际频率偏离信号所在小频区(bin)中心的程度.取$\{\varepsilon_{1K}\}$和$\{\varepsilon_{2K}\}$为相互独立且在(-0.5,0.5)上均匀分布的独立随机序列.这样可以较客观地评价系统的量化误差和跟踪性能.

假设系统跟踪范围所复盖的频带为$(2\pi i_1/N, 2\pi i_M/N)$,其中 $i_1=3$,$i_M=12$.以测量数据 FFT 的第 3 到 12 共 10 条谱线的复振幅构成量测向量 Z_K.应用 EM-HMM 算法,分别在 $K_o=1$ 和 $K_o=4$ 下,处理同一组数据,求得角频率估计序列.与真实频率相比较,计算整个跟踪过程的均方误差.在同样条件下(但测量噪声序列和$\{\varepsilon_{1K}\}$,$\{\varepsilon_{2K}\}$有不同的实现)重复 50 次,计算跟踪的均方误差的平均值,得表 1 数据.

表 1 频率跟踪均方误差比较($\sigma=1.1207$)

EM-HMM 算法 $K_o=1$	EM-HMM 算法 $K_o=4$	文献[3]的算法
0.0157	0.0107	0.0145

为了比较,以文献[3]中算法处理同样的数据,得到跟踪均方误差的平均值,也列在表 1 中.在使用文献[3]的算法时,假设已知信号振幅平均值 $A=1$.从表 1 数据可见,在 $K_o=4$ ($K_o=4$ 表示每个 bin 均分为 4 个 cell)时,EM-HMM 算法的估计精度明显优于文[3]的算法.这当然是因为在误差中,量化

误差所占成分减少了. 另外,计算时间也减少很多.

表 1 数据是在第二种给出初始估计方法下得出的. 使用第一种方法也得到类似结果. 以上都说明,本文给出的算法是有效的.

参考文献:

[1] R L Streit, R F Barrett. Frequency line tracking using hidden markov models [J]. IEEE Trans., 1990, ASSP-33(4):586 - 598.

[2] Xie Xianya, R J Evans. Multiple target tracking and multiple frequency line tracking using hidden markov models [J]. IEEE Trans., 1991, SP-39(12):2659 - 2676.

[3] Xie Xianya, R J Evans. Multiple frequency line trackin with hidden markov models-further results [J]. IEEE Trans., 1993, SP-41(1):334 - 344.

[4] R Barrett, D Holdworth. Frequency tracking using a hidden markov models with amplitude and phase information [J]. IEEE Trans., 1993, SP-41(10):2965 - 2976.

[5] M Karan, et al. Performance of maximum likelihood constant frequency estimator for frequency tracking [J]. IEEE Trans., 1994, SP-42(10):2749 - 2757.

[6] D Rife, R Boostyn. Single-tone parameter estimation from discrete-time observations [J]. IEEE Trans., 1974, IT-20(5):591 - 598.

[7] 谢贤亚,朱强,李焕润. 基于隐马尔可夫模型的多频率线跟踪算法的若干改进 [J]. 信息与控制, 1997, 26(6):461 - 476.

[8] M Feder, E Weinsten. Parameter estimation of superimpose signals using the EM algorithm [J]. IEEE Trans., 1988, ASSP-36(4):477 - 489.

[9] L Frenkel, M Feder. Recursive expectation-maximization (EM) algorithm for time-varing parameters with application to multi-ple target tracking [J]. IEEE Trans., 1999, SP-47(2):306 - 320.

[10] A Dempster, et al. Maximum likelihood from imcomplete data via the EM algorithm [J]. J. Roy, Stat. Soc, 1977, Sec39-Dec.:1 - 38.

[11] C Wu. On the convergence properties of the EM algorithm [J]. The Ann. Stat., 1983, 11(1):95 - 103.

[12] L Rabiner. A tutorial on hidden markov model and selected applications in Speech recognition [J]. Proc. IEEE, 1989, 77(2):257 - 286.

[13] 谢贤亚,王家鼎,李焕润. 基于隐马尔可夫模型的频率线跟踪系统的频率估计精细化 [J]. 上海大学学报, 2000, 6(5):377 - 383.

作者简介:

谢贤亚　男. 1934 年出生于江苏苏州. 教授. 1959 年毕业于清华大学自动控制系. 研究领域为估计理论,信号处理,自适应控制与鲁棒控制.

王家鼎　男. 1946 年出生于江苏镇江. 副教授. 1970 年毕业于清华大学无线电系, 1982 年于上海交通大学获得硕士学位. 研究领域为信号处理,电路理论.